

ПРИЛОЖЕНИЕ В

(обязательное)

Восстановление поверхностных волн

В.1 Обозначения

- a = амплитуда волны, [m];
- D = плотность воды, [Kg/m³];
- $W_w = D_w g$, вес воды удельный, [Kg/(m²sec²)] = [Pa/m];
- $E = W_w H^2 / 8$, энергия волны на единицу площади, [J/m²];
- $f = 1 / T$, частота волны, [Hz], [cycles/sec];
- $g = 9.80665$, ускорение свободного падения, [m/sec²];
- h = глубина, [m];
- $H = 2a$, высота волны, [m];
- $k = 2 \pi / L$, волновое число (пространственная частота), [rad/m];
- L = длина волны (пространственный период), [m];
- φ = фаза, [rad];
- $\omega = 2 \pi / T$, угловая скорость, [rad/sec];
- t = время, [sec];
- T = период, [sec];
- T_b = общее время серии, [sec];
- x = расстояние, [m];
- z = глубина датчика, [m];
- δ_t = интервал между точками измерения давления [sec].

Коэффициенты перевода давления из одних единиц измерения в другие приведены в таблице.

Таблица

kPa	bar	mbar	PSI	atm	mmHg	mmH ₂ O	kg/cm ²
100	1	1000	14.50377	1	750	10207	1
700	7	7000	100	7	5250	71451	7
1700	17	17000	250	17	12754	173524	17

В.2 Введение

Наблюдение морского ветрового волнения в прибрежной зоне с помощью датчика гидростатического давления, установленного на глубине, превышающей амплитуду волн

на поверхности моря, является наименее затратным и наиболее простым в практической реализации способом постановки таких наблюдений.

Спектральная технология обработки измерений датчика гидростатического давления основывается на теории ветрового волнения, созданной для условий открытого моря, в которой волнение на поверхности моря представляется в виде затухающего с глубиной гармонического колебания. Эта технология успешно используется ведущей океанографической фирмой «Sea-bird Electronics Inc.» и включает следующие действия:

- из обрабатываемой последовательности исключают постоянную составляющую (средний уровень по показаниям датчика);
- последовательность раскладывают на гармонические составляющие преобразованием Фурье;
- определяют максимальную и минимальную частоты, которые используются в расчетах;
- вносят поправки к коэффициентам преобразования Фурье в зависимости от глубины и частоты;
- производят обратное преобразование Фурье;
- рассчитывают параметры волнения по восстановленной волнограмме на поверхности моря.

В.3 Линейная теория волн

Морское волнение обычно представляется как линейная гармоническая волна, движущаяся в горизонтальном направлении:

$$A(x,t) = a \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad [1]$$

На рисунке 1 представлена простая гармоническая волна на поверхности моря.

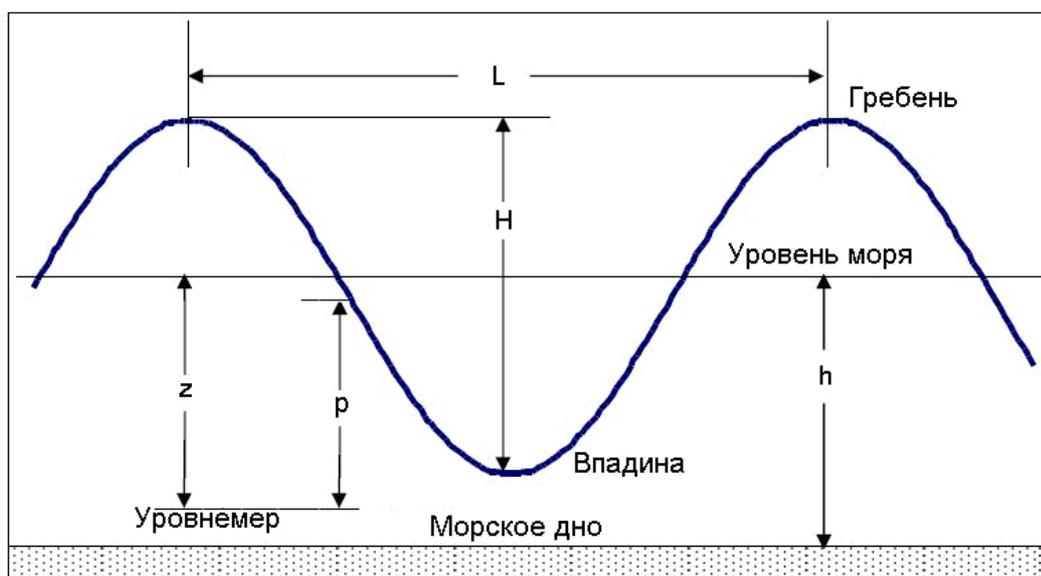


Рисунок 1

В.4 Фазовый сдвиг

Фазовый сдвиг ϕ представляет смещение волны относительно некоторого момента времени. Удобен для описания отношений между группами волн различной частоты. Когда временные серии преобразуются в спектральные оценки - вычисляются амплитуда $a(f)$ и фаза $\phi(f)$ как функции частоты. Один и тот же фазовый сдвиг может быть разным временным сдвигом в зависимости от периода волны. Например, фаза в π радиан соответствует времени в 5 секунд для волны с периодом 10 секунд и 2.5 секунды для волны с периодом 5 секунд.

В.5 Дисперсионное уравнение

Для поверхностных волн существует специальное соотношение между периодом волны и длиной волны. Это отношение, которое зависит от глубины называется дисперсионным соотношением $(L/T)^2 = g \tanh(kh)/k$ или учитывая что $\omega / k = L / T$:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad [2]$$

На глубине это соотношение превращается в $\omega^2 = gk$, а на мелководье в $\omega^2 = ghk^2$.

В.6 Линейная теория

Уравнение [1] представляет единственный компонент описывающий поверхность моря, тогда как реальное волнение моря является суперпозицией волн различной высоты, длины и направления распространения. Одно из главных предположений линейной теории волн заключается в том, что мы можем взять эту смешанную комбинацию волн и разложить ее на отдельные частоты используя [1].

В.7 Предположения

Чтобы можно было использовать линейную теорию, главное требование заключается в том, что высота волны H мала по сравнению с длиной волны L и глубиной h . Эти условия обычно описываются как:

$$H / L \ll 1 \text{ (крутизна волны)}$$

$$H L^2 / h^3 \ll 1 \text{ (параметр Эрселла)}$$

Длина волны и период связаны между собой следующим соотношением:

$$L / T = \omega / k$$

Другое измерение эффекта крутизны волны для подтверждения пригодности теории малых амплитуд основывается на лабораторных измерениях показанных ниже. Для применения теории надо находиться ниже кривой на рисунке 2. Например, если период волны равен $T=10$ секунд и глубина $h=10$ метров, то параметр $h/gT^2 = 0.01$ Это означает, что для применения теории должно быть $H/gT^2 < 0.0003$, т.е. максимум высоты волны должен быть $H=0.3$ метра.

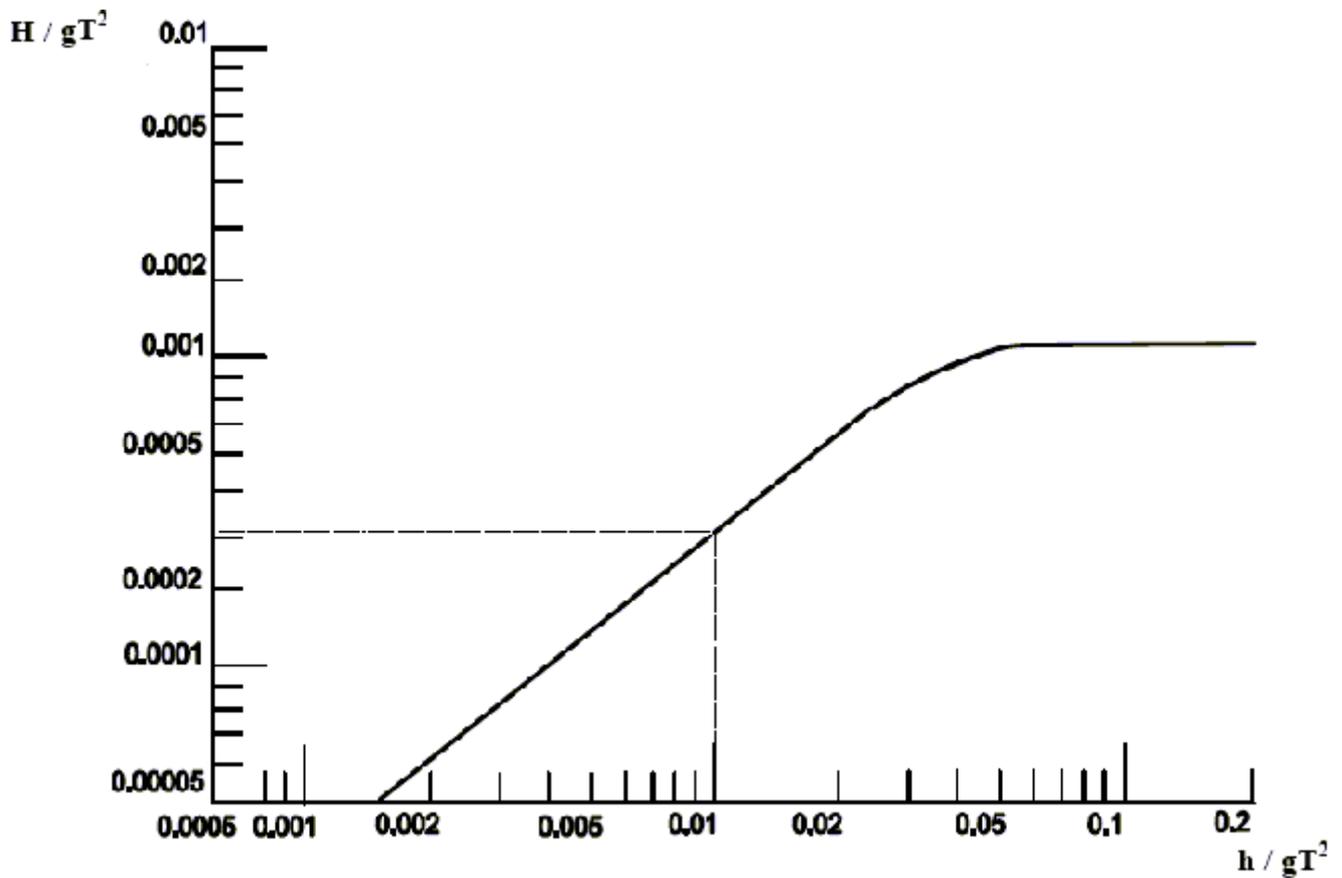


Рисунок 2

Заключительное эмпирическое правило гласит, что высоты волн должны обеспечивать оценку:

$$z / L < 0.4 \pm 0.1,$$

где z – глубина погружения уровнемера, L – длина волны.

В.8 Давление на глубине и поверхностное волнение

Поверхностные волны ослабевают в толще воды. Затухание колебаний давления в зависимости от глубины описывается формулой:

$$p = W_w A(t) K(f, z) \quad [\text{Паскаль}] \quad [3]$$

где передаточная функция давления:

$$K(f, z) = \cosh [k(h - z)] / \cosh(kh) \quad [\text{безразмерная}] \quad [4]$$

где

$A(t)$ = колебания поверхности воды от $-a$ до $+a$ в метрах (определяется в [1]);

W_w = вес воды удельный около поверхности;

h = глубина;

k = номер гармоники [радиан/м], вычисляется через период и глубину через дисперсионное соотношение [2];

z = вертикальное расстояние [м] от поверхности (невозмущенной) до уровнемера.

Уравнение [3] требуется, чтобы связать давление воды на глубине с высотой поверхностных волн. Для того, чтобы получить амплитуду волны на поверхности в зависимости от измеренного на глубине давления перепишем формулу:

$$a(f) = P(f) / W_w K(f, z) \quad [м] \quad [5]$$

Для глубоководных волн ($kh \gg 1$ и $h/L > 0.5$) уравнение [3] имеет форму:

$$p \approx W_w A e^{-kz} \quad [Паскаль] \quad [6]$$

которое ясно представляет экспоненциальное затухание с глубиной.

Для мелкоководных волн ($hk \ll 1$ и $h > L/2$) уравнение [3] имеет форму:

$$p \approx W_w A \quad [Паскаль] \quad [7]$$

простое гидростатическое уравнение.

В.9 Высокочастотный барьер

Затухание давления по глубине зависит от периода волны, чем меньше период, тем волны быстрее затухают с глубиной. Это означает, что для уровнемера, установленного на фиксированной глубине z существует высокочастотная граница f_{max} , выше которой ($f > f_{max}$) волны измерить нельзя (они затухли и их надо исключить). А измеренные уровнемером колебания – есть шумы, которые с помощью передаточной функции могли бы быть преобразованы в нереальные волны. По умолчанию исключаются волны, для которых затухание больше чем $0.0025 / \delta_t$

В.10 Первичная обработка давления

Сначала готовится массив с данными о давлении. Вычисляется среднее P_{avg} , которое вычитается из данных. Так же вычитаются медленно меняющиеся составляющие, типа прилива, иначе будут ошибки в спектральных оценках.

Плотность D_w вычисляется по формулам с учетом температуры воды и солености.

Глубина установки уровнемера z и глубина h вычисляются по формулам:

$$z = 6894.757 P_{avg} / D_w g \quad [м] \quad [8]$$

$$h = z + \text{смещение уровнемера от дна} \quad [м] \quad [9]$$

где коэффициент 6894.757 используется, чтобы конвертировать давление из PSI в Паскали. Количество измеренных значений давления должно быть степенью числа 2, т.е. нужно увеличить количество отсчетов N . При этом следует различать два возможных случая:

— длина серии увеличивается за счет дополнения нулями. В этом случае мы получаем тот же спектр, интерполированный к более частой сетке частот. Поскольку новых данных не добавляется, характерные параметры спектра, такие как ширина

спектральных пиков, не меняются. Слова «улучшение разрешения» означают при этом только расчет спектра для большего количества частот;

— длина серии увеличивается за счет добавления новых данных, то есть мы действительно анализируем более длинный фрагмент. В этом случае получится новый спектр, а слова «улучшение разрешения» обретают реальный смысл — спектральные пики, соответствующие содержащимся в сигнале гармоническим составляющим, станут более узкими.

Затем к данным применяется окно Ханна для того, чтобы убрать спектральное растекание, которое бывает при дискретном преобразовании Фурье (ДПФ). Растекание спектра проявляется в том, что при вычислении ДПФ синусоиды с частотой, не совпадающей ни с одной из дискретных частот ДПФ, мы вместо узкого пика получаем сложный спектр, в котором в общем случае могут содержаться *все* возможные частоты. Причина растекания спектра состоит в том, что ДПФ неявно подразумевает периодическое продолжение анализируемого фрагмента сигнала. Если на рассматриваемом промежутке укладывается целое число периодов синусоиды (это эквивалентно условию совпадения ее частоты с одной из частот анализа), периодически продолженный сигнал также будет непрерывной синусоидой, в спектре которой содержится единственная частота. Если же число периодов на интервале анализа не является целым, при периодическом продолжении сигнала непрерывность синусоиды окажется нарушенной и спектр «растечется» как на рисунке 3. Для борьбы с растеканием спектра используются весовые, или оконные, функции. При этом измеренные значения перед вычислением ДПФ умножаются на некоторую функцию, спадающую от середины к краям. Это позволяет ослабить влияние разрывов, возникающих на стыках фрагментов сигнала при его периодическом продолжении. Использование весовой функции позволяет существенно ослабить побочные спектральные составляющие — правда, за счет расширения спектральных пиков.

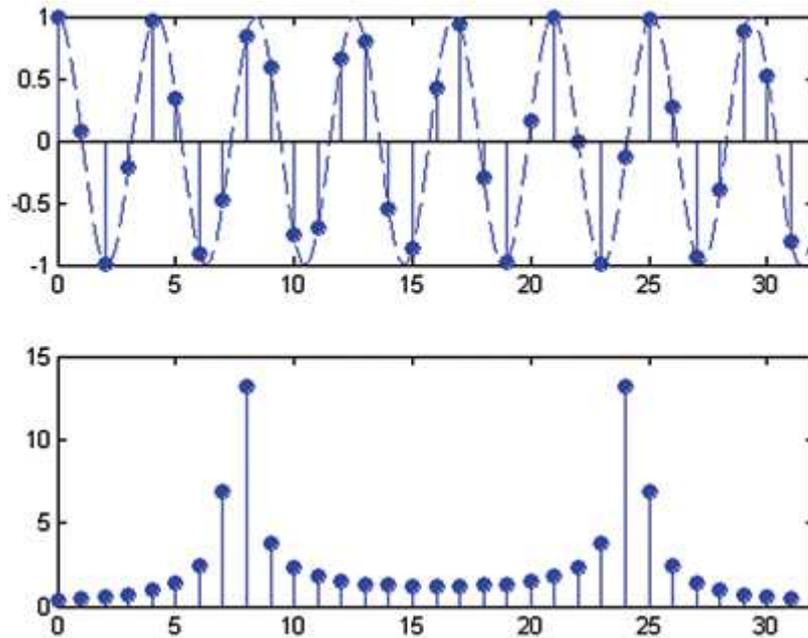


Рисунок 3

Окно Ханна имеет вид:

$$u(t) = 0.5 - 0.5 \cos(2\pi t / T_b) \quad 0 < t < T_b \quad [10]$$

Применение окна уменьшает общую энергию временной серии, поэтому чтобы получить правильные спектральные оценки, каждый элемент надо умножить на множитель SF, где:

$$SF = (8 / 3)^{1/2} \quad [11]$$

В.11 Спектральные оценки

ДПФ позволяет превратить N отсчетов давления в столько же спектральных оценок. Связь между представлениями давления во временной и частотной областях выражается формулой [15].

Интервал между спектральными оценками (разрешение по полосе пропускания) вычисляется:

$$\delta f = 1 / T_b = 1 / (N\delta t) \quad [13]$$

где δt – временной интервал между измерениями давления во временной серии.

Когда N спектральных оценок вычислено, только $(N/2 + 1)$ из них уникальны. Для реальной временной серии последние $(N/2 - 1)$ значения идентичны первым $N/2$ значениям. Предельная частота – частота Найквиста:

$$Nyquist = 1 / (2\delta t) \quad [Гц] \quad [14]$$

Прямое преобразование Фурье к временной серии определяется как:

$$Z_j = 1/N \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-i 2\pi n j / N) \quad [15]$$

где x_n – отсчеты давления;

Z_j (ряд спектральных оценок) комплексные числа;
 $i = (-1)^{1/2}$

Ряд спектральных оценок напрямую связан с волной одной частоты, описанной в [1]:

$$a_j = 2 |Z_j|, \quad \varphi_j = \arg(Z_j) \quad [16]$$

После того, как преобразование Фурье получено, коэффициенты для частот больше f_{\max} и меньше f_{\min} обычно обнуляются, чтобы предотвратить появление нереальных высот волн.

В.12 Восстановление поверхностных волн

Передающая функция $H(f_b)$ используется для преобразования давления на глубине в поверхностные волны и вычисляется по формулам [2] и [4].

$$H(f_b) = 1 / [W_w K(f, z)] \quad [\text{м} / \text{Паскаль}] \quad [17]$$

Для этого надо выполнить преобразование всех спектральных оценок последовательно для каждой частоты:

$$A(f_i) = H(f_i) P(f_i) \quad f_i \leq \text{Nyquist} \quad [18]$$

где $A(f_i)$ – ряд спектральных оценок амплитуд поверхностных волн;

$H(f_i)$ - передающая функция;

$P(f_i)$ – спектральные оценки давления на глубине.

Спектральные оценки для $f_i > \text{Nyquist}$ вычисляются по формуле $A(f_{n-i}) = A(f_i)$.

Для восстановления временной серии применяется обратное преобразование Фурье к ряду спектральных оценок:

$$x_n = \sum_{j=0}^{N-1} Z_j \exp(i 2 \pi n j / N) \quad [19]$$

Затем применяется окно Ханна и скалярный множитель, только теперь не умножаются значения, а делятся. Эта процедура нестабильна в конце серии, там где надо делить на числа близкие к нулю. Поэтому обнуляем временную серию вначале и в конце, там где значение окна достигает 1% от максимального значения.

На рисунке 4 показаны 3 графика:

— синим цветом показана зависимость измеренного уровня воды, которая была получена от датчика МК-26-4;

— зеленым цветом показан результат восстановления морского волнения по описанному выше алгоритму в контроллере МК-26-2;

— красным прерывистым выделен график, полученный в результате обработке тех же данных уровня воды в программе SBEDataProcessing фирмы «Sea-Bird Electronics Inc.», которая используется для восстановления волнения по записям уровня погружными датчиками уровня типа SBE 16plus.

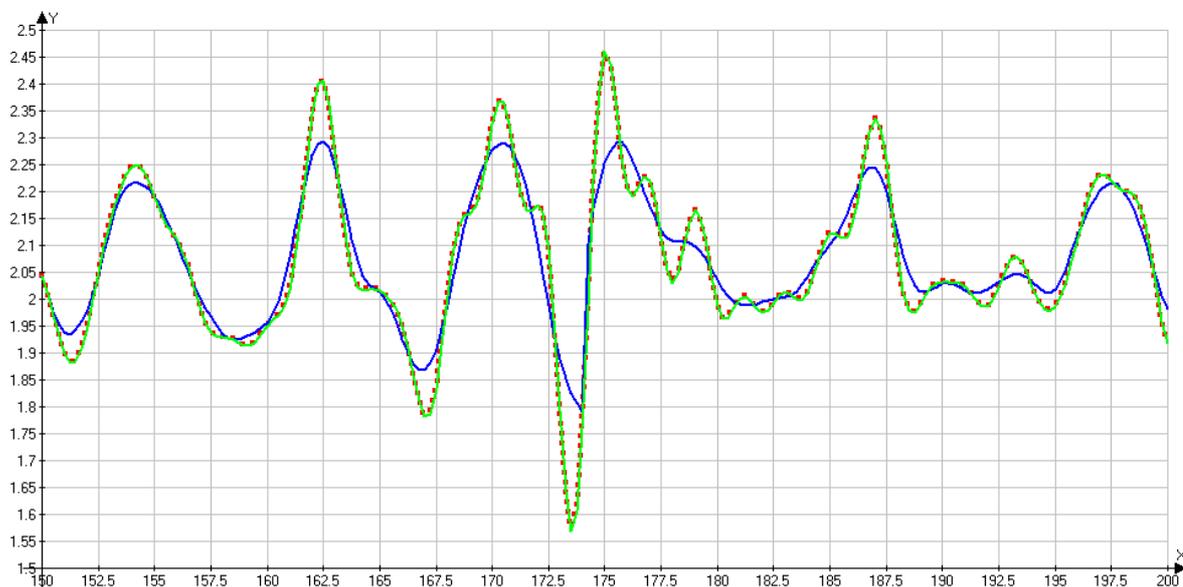


Рисунок 4

На рисунке 4 видно, что результаты обработки совпадают.

В.13 Средняя высота волны и период

Вычисление высоты волны и периода могут быть только приблизительными и статистическими из-за случайного характера поверхностных волн. Стандартный метод оценки изложен в рекомендациях ВМО (“Wave Analysis and Forecasting” WMO- No. 446, 1976, Geneva, Switzerland).

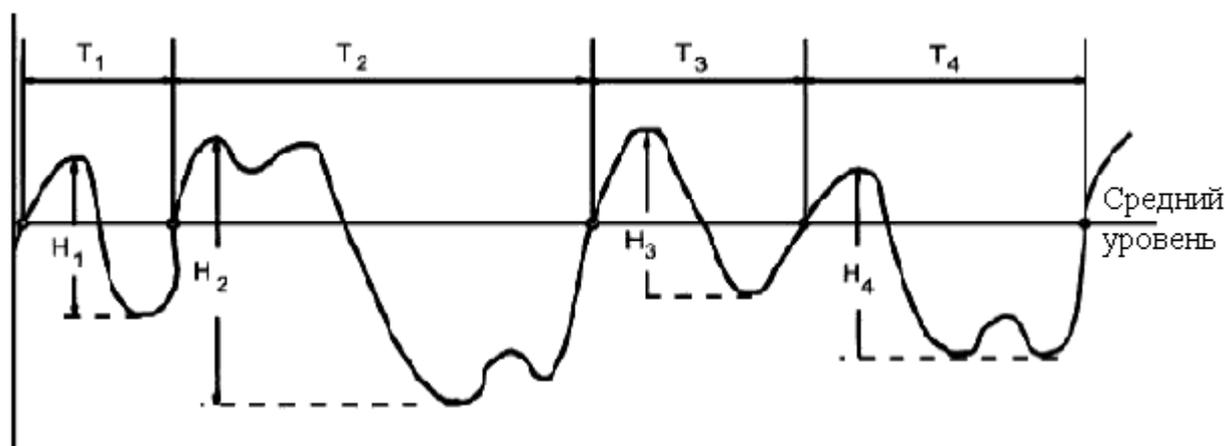


Рисунок 5

Запись волны разбивается на отрезки точками пересечения среднего уровня снизу вверх, как на рисунке 5. В каждом таком отрезке определяется высота волны H_i и период T_i , которые запоминаются в массиве. В результате осреднения значений массива

получаются средний уровень H_{avg} и средний период T_{avg} . Кроме этого определяется максимальная высота волны H_{max} .

Для вычисления параметров "высоких" волн используется шкала, привязанная к так называемой "значительной" высоте волн, которая имеет обеспеченность 1/3 (33,3%). Считается, что визуальная оценка высоты волнения ближе всего совпадает именно со "значительной" высотой волнения. Для вычисления средней высоты "высоких" волн $H_{h_{avg}}$ из массива H_i берется треть самых больших значений высот волн. Вычисленную таким образом высоту волн называют "значительной" или "характерной". Период "значительной" волны $T_{h_{avg}}$ вычисляется как среднее значение периодов одной трети самых "высоких" волн в массиве.

В России принято считать волны 3% обеспеченности, т.е. наша шкала бальности привязана формально к высоте волн близкой к максимальной (для расчета берет 3 самых высоких волны из 100).

В результате обработки результатов восстановления волнения, приведенных на рисунке 4, получены следующие результаты:

— из массива измерений длиной 2048 точек (8,5 минут) после восстановления выделено 67 волн;

— средний период волны 6.076 секунды;

— средняя высота волны 0.716 метра;

— средний период 1/3 самых высоких волн 6.575 секунды;

— средняя высота 1/3 самых высоких волн 1.111 метра;

максимальная высота волны 1.687 метра